OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA
ETAPA LOCALĂ 24.02.2023
CLASA a IV-a

Problema 1.(7 puncte)

Comparați numerele a și b, știind că au loc relațiile:

$9 + 8 \times \{a - 6 + 5 \times [4 \times (3 - 2)]\} = 177$ și

$9 \times \{8 + 7 \times [6 + 5 \times (4 + b : 3)]\} - 3 = 2022.$

Adaptare după GM nr. 11/2022+Supliment

Problema 2.(7 puncte)

Moș Cizmă împarte nepoților Sandală, Pantof și Adidas suma de 1260 lei. Știind că Pantof a cheltuit dublul sumei cheltuite de Sandală și încă 126 lei, iar Adidas a cheltuit de trei ori mai mult decât Sandală și Pantof împreună. Ce sumă a cheltuit fiecare?

Problema 3.(7 puncte)

Fie șirul de numere 11, 18, 25, 32, ...

a) Scrieți următorii 3 termeni ai șirului.

b) Aflați termenul al 35-lea.

c) Verificați dacă suma primilor 35 de termeni este mai mare decât 2023.

Problema 4.(7 puncte)

Miți și-a pus deoparte nuci într-un coș și pleacă la oraș. A doua zi, Riți ia un sfert din ele, iar Piți ia 18 nuci. A treia zi, Piți ia o treime din nucile rămase, iar Riți ia 36 nuci. Câte nuci a avut Miți în coș, dacă la întoarcerea ei acasă a mai găsit 64 nuci?

Subiectele au fost - propuse de prof. Cristian Petru Pop, Inspectoratul Școlar Județean Cluj
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA LOCALĂ 24.02.2023

CLASA a V-a

Problema 1.(7 puncte)

Fie șirul de numere naturale: 1,5,9,13,...

a) Aflați al 15-lea și al 2023-lea număr din șir;

b) Calculați suma primilor 20 termeni;

Problema 2.(7 puncte)

Adidas, Pantof și Sandală trebuie să descopere cifrul unui lacăt

a	b	c	d	e

Adidas află $\overline{ab}$, ce reprezintă suma cifrelor numărului:

$A = 2 \cdot \{2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 : 2^5 + 3^6 : 3^0 : 3 : 3^2 + 3 \cdot [5^{14} : 5^{13} + 2^{100} \cdot (2^3 + 2^3) - (2^8)^{13}]\}$.

Pantof află c, adică ultima cifră a numărului:

$B = 12^{2023} + 13^{2023} + 15^{2023} + 16^{2023} + 18^{2023} + 19^{2023}$.

Sandală trebuie să găsească numărul $\overline{de}$, ce reprezintă cel mai mare număr natural pătrat perfect de două cifre.

Aflați cifrul, pentru a deschide lacătul

Problema 3.(7 puncte) (Pătratul „magic")

În pătratul de mai jos sunt scrise numere naturale, astfel încât suma numerelor situate pe linii, pe diagonale și pe coloane să fie aceeași. O parte din numere au fost șterse.

a) Completați pătrățelele cu numerele corespunzătoare.

b) Aflați suma tuturor numerelor din pătratul magic.

31		**39**
	27	**19**

Problema 4.(7 puncte)

Suma a trei numere este 2023. Să se afle numerele, știind că primul număr este cu 39 mai mare decât dublul celui de-al doilea număr, iar împărțind pe al treilea număr la al doilea număr obținem câtul 3 și restul egal cu succesorul primului număr.

Subiectele au fost - propuse de prof. Simona Pop - Colegiul Augustin Maior Cluj-Napoca
prof. Anca Cristina Hodorogea –ISJ Cluj
prof. Emilia Copaciu - Colegiul Ana Aslan Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

MINISTERUL EDUCAȚIEI

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA LOCALĂ 24.02.2023

CLASA a VI-a

Problema 1.(7 puncte)

a) Calculați: $11 \cdot \{12^2 : 144 + 3 \cdot [(3^2 \cdot 5)^{15} : (3^{29} \cdot 5^{15}) + 1^{2023}]\}$.

b) Arătați că numerele $3n + 5$ și $4n + 7, n \in N$ sunt prime între ele.

Problema 2.(7 puncte)

a) Determinați suma numerelor cuprinse între 1000 și 1600 care împărțite la 12, 28 și respectiv 36 dau de fiecare dată restul 7.

b) Fie mulțimile $A = \left\{x \in N \middle| \frac{12}{x+2} \in N\right\}$ și $B = \left\{x \in N \middle| \frac{18}{2x+3} \in N\right\}$. Calculați $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$.

Problema 3.(7 puncte)

Pe o dreaptă d, se iau punctele A, O, B în această ordine, iar punctele C, D, E în același semiplan determinat de dreapta d, astfel încât $\sphericalangle AOD = \sphericalangle EOB + 37°$, OE este bisectoarea unghiului $\sphericalangle DOB$, iar $OC \perp OE$. Aflați măsura unghiului $\sphericalangle AOC$ și măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle COD$ și $\sphericalangle EOB$.

Problema 4.(7 puncte)

a) Se dau 20 de puncte distincte, astfel încât exact 5 puncte sunt coliniare și, în rest, oricare 3 puncte sunt necoliniare. Aflați numărul de drepte ce pot fi duse prin cele 20 de puncte.

b) A, B, C sunt trei puncte coliniare în această ordine. Segmentele AB și BC verifică simultan condițiile:

i) Raportul lungimilor segmentelor AB și BC este $\frac{2}{3}$.

ii) 25% din lungimea segmentului mai mare este cu 3 mai mare decât 30% din lungimea celui mai mic.

Aflați lungimea celor două segmente.

Subiectele au fost - propuse de prof. Sorin Pop - Colegiul de Muzică Sigismund Toduță Cluj-Napoca
prof. Sorin Galea - Colegiul Ana Aslan Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA LOCALĂ 24.02.2023

CLASA a VII-a

Problema 1. (7 puncte)

Arătați că media geometrică a numerelor x și y este mai mică decât 2, unde:

$$x = \left(6 - \sqrt{2} + \sqrt{3}\right) : \left(1 - \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right) \quad \text{și} \quad y = \left(\frac{1-\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) : \left(3 : \sqrt{3} : \sqrt{3}\right).$$

Problema 2. (7 puncte)

Stabiliți dacă numerele a și b sunt raționale sau iraționale, unde:

$$a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \ldots + \frac{\sqrt{2601}-\sqrt{2600}}{\sqrt{6762600}}, \text{ iar}$$

$$b = \sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2023 + 2}.$$

Problema 3. (7 puncte)

Punctele A, B, C, D sunt situate, în această ordine, pe un cerc de centru O, astfel încât B și D sunt diametral opuse, iar coarda AC este perpendiculară pe diametrul BD în punctul E, mijlocul segmentului OB.

a) Arătați că patrulaterul $OABC$ este romb.

b) Stabiliți natura triunghiului DAC.

Problema 4. (7 puncte)

Punctele E și F sunt mijloacele laturilor AB, respectiv BC ale patrulaterului convex $ABCD$, iar punctul O este intersecția diagonalelor AC și BD. Dacă O este centrul de greutate al triunghiului DEF, demonstrați că $ABCD$ este paralelogram.

Subiectele au fost - propuse de prof. Paula Balica - Școala Gimnazială Ion Agârbiceanu Cluj-Napoca

prof. Ioan Balica - Școala Gimnazială Ioan Bob Cluj-Napoca

- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru - 2 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA LOCALĂ 24.02.2023

CLASA a VIII-a

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

Problema 1.(7 puncte)

Fie $E(x) = 6 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(x + \sqrt{6}\right)^2 + \left(x - \sqrt{2}\right)\left(x + \sqrt{2}\right) - 3(3x - 4)$. Arătați că:

a) $E(x) = 3x^2 - 9x + 6$

b) $E(n) \vdots 6$ oricare ar fi n număr natural.

Problema 2.(7 puncte)

Fie $a = \left(\frac{\sqrt{10}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\right)^{-1} + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{75}} + \frac{5}{\sqrt{12}}\right) - \sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3})}$

a) Arătați că $a = 4{,}1$

b) Arătați că $a \in A$, unde $A = \{x \in \mathbb{R} / |\sqrt{2}x - 3| < 3\}$

Problema 3.(7 puncte)

Fie ABCD este un trapez dreptunghic, $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$, $AB \parallel CD$ cu $AB = 20$ cm și $DC = 8$ cm. Punctul T aparține laturii AD, astfel încât $TD = 6$ cm, $AD = 16$ cm. În punctul T se ridică pe planul trapezului, perpendiculara $TE = 10\sqrt{3}$ cm. Determinați:

a) aria triunghiului ΔBCT.

b) distanța de la E la dreapta BC.

Problema 4.(7 puncte)

Se consideră prisma patrulateră regulată $ABCDA'B'C'D'$ cu muchia bazei $AB = 2$ cm și muchia laterală $AA' = 2\sqrt{3}$ cm, $\{O\} = AC \cap BD$.

a) Determinați sinusul unghiului dintre BC' și CD'.

b) Arătați $D'O \parallel (A'BC')$.

Subiectele au fost - propuse de: prof: Elena Măgdaș, Școala Gimnazială "Horea" Cluj-Napoca
prof: Ioana Ludușan, Colegiul Național "Gheorghe Șincai" Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Succes!

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

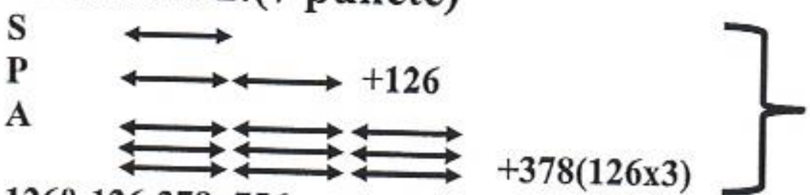
BAREM CORECTARE - ETAPA LOCALĂ

CLASA a IV-a 24.02.2023

Problema 1.(7 puncte)

$a = 7$..(3p)
$b = 3$..(3p)
$a > b$..(1p)

Problema 2.(7 puncte)



1260...(4p)

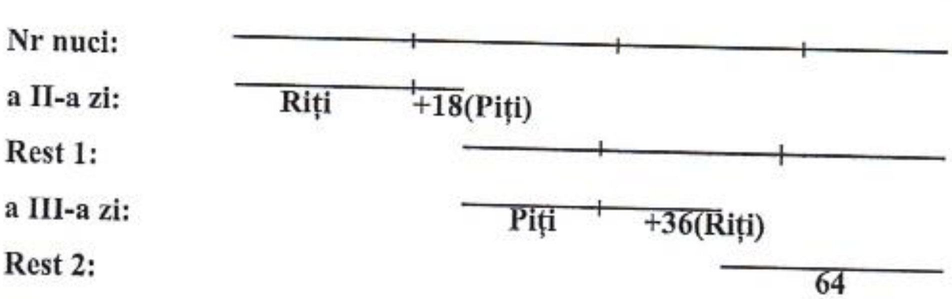
1260-126-378=756
756:12= 63 lei...(2p)
S=63 lei, P=252 lei, A=945 lei..(1p)

Problema 3.(7 puncte)

a) 39, 46, 53...(2p)
b) $T_n = T_1 + (n-1) \times pas$ sau recunoaşterea formulei ce defineşte un termen ca fiind de forma 7n+4 , $T_{35} = 249$..(3p)
c) $S_{35} = 11 + 18 + 25 + 32 + \cdots + 249 = (249 + 11) \times 35 : 2 = 4550 > 2023$.......(2p)

Problema 4.(7 puncte)

Pe reprezentare grafică se acordă ....(2p)



56x4=224..............(1p)
168:3=56..............(1p)
150+18=168............(1p)
100:2=50..............(1p)
64+36=100.............(1p)

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

BAREM CORECTARE - ETAPA LOCALĂ

CLASA a V-a 24.02.2023

Problema 1.(7 puncte)

a) $T_n = T_1 + (n-1) \times pas$ sau recunoaşterea formulei ce defineşte un termen ca fiind de forma 4n-3 , $T_{15} = 57, T_{2023} = 8089$..........**(4p)**

b) $T_{20} = 77$..........**(1p)**

$S_{20} = 1 + 5 + 9 + \cdots + 77 = (77+1) \times 20 : 2 = 780$..........**(2p)**

Problema 2.(7 puncte)

$A = 148 \Rightarrow$ suma cifrelor este 13, deci a=1, b=3..........**(2p)**

U(B)=7 $\Rightarrow c = 7$..........**(2p)**

$\overline{de} = 81$..........**(2p)**

1	3	7	8	1

..........**(1p)**

Problema 3.(7 puncte)

a)

31	**a**	**39**
b	**27**	**19**
c	**d**	**e**

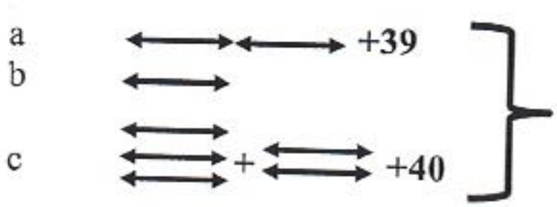
Egalăm coloana 1 cu diagonala 2$\Rightarrow 31 + b + c = 39 + 27 + c \Rightarrow b = 35$..........**(3p)**

Suma elementelor de pe o linie sau de pe o coloană sau de pe o diagonală este 81,

Aflăm $c = 15, a = 11, e = 23, d = 43$..........**(2p)**

b) $S = 11 + 15 + 19 + \cdots + 43 = (43 + 11) \cdot 9 : 2 = 243$..........**(2p)**

Problema 4.(7 puncte)



2023..........**(4p)**

2023-79=1944, 1944:8=243..........**(2p)**

a=525, b=243, c=1255..........**(1p)**

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

BAREM CORECTARE - ETAPA LOCALĂ

CLASA a VI-a 24.02.2023

Problema 1.(7 puncte)

a) Rezultatul calculului este 143..(3p)

b) Presupunem că numerele nu sunt prime între ele $\Rightarrow \exists\, d \neq 1, d \in N$ astfel încât $d|(3n+5)$ și $d|(4n+7)$ ....(2p)

Așadar $d|(3n+5)\cdot 4$ și $d|(4n+7)\cdot 3. \Rightarrow d|[(3n+5)\cdot 4-(4n+7)\cdot 3]$

$d|1 \Rightarrow d=1$, ceea ce este o contradicție cu $\exists\, d \neq 1, d \in N \Rightarrow$ presupunerea făcută este falsă, atunci numerele $3n+5$ și $4n+7$ sunt prime între ele. ....(2p)

Problema 2.(7 puncte)

a) Fie n numărul căutat, $1000 < n < 1600$,

T.I.R. $\Rightarrow \begin{cases} n = 12\cdot c_1 + 7 \\ n = 28\cdot c_2 + 7 \\ n = 36\cdot c_3 + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n-7 = 12\cdot c_1 \\ n-7 = 28\cdot c_2 \\ n-7 = 36\cdot c_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12|(n-7) \\ 28|(n-7) \\ 36|(n-7) \end{cases}$..............................(2p)

Atunci $n-7$ poate fi c.m.m.m.c al numerelor 12, 28 și 36 sau multipli lui

$(n-7) \in \{\dots\dots\dots, \quad 1008, 1260, 1512, \dots\dots\dots.\} \Rightarrow n \in \{1015, 1267, 1519\}$

Suma numerelor este $S = 3801$..(2p)

b) $A = \{0,1,2,4,10\}$..(1p)

$B = \{0,3\}$..(1p)

$A \cup B = \{0,1,2,3,4,10\}, A \cap B = \{0\}, A\backslash B = \{1,2,4,10\}, B\backslash A = \{3\}$ ....(1p)

Problema 3.(7 puncte)

Notăm cu $a = \sphericalangle BOE = \sphericalangle EOD$, $\sphericalangle AOD = a + 37°$, $3a + 37° = 180° \Rightarrow a = 47°40'$

$\sphericalangle COE = 90° \Rightarrow \sphericalangle COD = 42°20'$, $\sphericalangle AOC = 42°20'$ ....(4p)

$\sphericalangle BOE : 2 = 23°50'$, $\sphericalangle COD : 2 = 21°10'$, ...(2p)

Unghiul căutat are măsura egală cu $23°50' + 47°40' + 21°10' = 92°40'$....................(1p)

Problema 4.(7 puncte)

a) Nr. dreptelor ce trece prin n puncte, din care p sunt coliniare și oricare alte 3 puncte nu sunt coliniare, este egal cu $\frac{n(n-1)}{2} - \frac{p(p-1)}{2} + 1$

Pentru $n = 20, p = 5$ avem 181 drepte..(3p)

b) $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AB}{2} = \frac{BC}{3} = k \Rightarrow AB = 2k, BC = 3k$, deci $BC > AB$..............................(2p)

$\frac{25}{100}\cdot BC = \frac{30}{100}\cdot AB + 3, k = 20 \Rightarrow AB = 40, BC = 60$..............................(2p)

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

BAREM CORECTARE - ETAPA LOCALĂ

CLASA a VII-a 24.02.2023

Problema 1. (7 puncte)

$x=6$ .... **(3p)**

$y=\frac{1}{3}$ .... **(3p)**

$m_g=\sqrt{2}<2$ .... **(1p)**

Problema 2. (7 puncte)

$a=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+...+\frac{\sqrt{2601}}{\sqrt{6762600}}-\frac{\sqrt{2600}}{\sqrt{6762600}}=1-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{2600}}-\frac{1}{\sqrt{2601}}=1-\frac{1}{51}=\frac{50}{51}$ .... **(3p)**

$a\in\mathbb{Q}$ .... **(1p)**

$u(1\cdot 2\cdot ...\cdot 2023+2)=2 \Rightarrow 1\cdot 2\cdot ...\cdot 2023+2$ nu este p.p. $\Rightarrow a\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$ .... **(3p)**

Problema 3. (7 puncte)

Desen corect.......... **(1p)**

a) ΔOAC is. $\Rightarrow$ OE este înălț., mediană $\Rightarrow E$ este mijlocul lui AC.......... **(1p)**

Dar E este mijl. lui $OB \Rightarrow OABC$ paral. **(1)** .... **(1p)**

$OA=OC$ **(2)**(sau diag. perpendiculare). Din **(1)** și **(2)** $\Rightarrow OABC$ este romb.......... **(1p)**

b) În ΔDAC: OE este înălț., mediană $\Rightarrow \Delta DAC$ este isoscel .... **(1p)**

ΔOAB este echil. $\Rightarrow \sphericalangle AOB=60^\circ \Rightarrow \widehat{AB}=60^\circ \Rightarrow \sphericalangle ADB=30^\circ$.......... **(1p)**

$\Rightarrow \sphericalangle ADC=60^\circ \Rightarrow \Delta DAC$ este echil.......... **(1p)**

Problema 4. (7 puncte)

Desen corect.......... **(1p)**

Fie $EF\cap BD=\{G\}$. EF l.m. în $\Delta BAC \Rightarrow EF\parallel AC,\ EF=\frac{AC}{2}$.......... **(1p)**

O este c.greut. al $\Delta DEF \Rightarrow DO=2OG$.......... **(1p)**

E este mijl. lui AB, $EG\parallel AO \Rightarrow G$ este mijl. $OB \Rightarrow OG=GB \Rightarrow DO=OB$ **(1)**.......... **(1p)**

O este c.greut. al $\Delta DEF \Rightarrow DG$ este mediană$\Rightarrow G$ este mijl. lui EF.......... **(1p)**

$\Rightarrow EG=GF$. Dar $EG=\frac{AO}{2}, GF=\frac{OC}{2} \Rightarrow AO=OC$ **(2)**.

Din **(1)** și **(2)** $\Rightarrow ABCD$ paralelogram.......... **(2p)**

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

BAREM CORECTARE - ETAPA LOCALĂ

CLASA a VIII-a 24.02.2023

Problema 1.(7 puncte)

a) $E(x) = 3x^2 + 2\sqrt{6}x + 2 - x^2 - 2\sqrt{6}x - 6 + x^2 - 2 - 9x + 12$ .... **(3p)**

$E(x) = 3x^2 - 9x + 6$ .... **(1p)**

b) $E(n) = 3n^2 - 9n + 6 = 3(n-1)(n-2) \vdots 3$ .... **(2p)**

Produsul a două numere naturale consecutive este divizibil cu 2,

2 și 3 sunt prime între ele, $E(n) \vdots 6$ .... **(1p)**

Problema 2.(7 puncte)

a) $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{5\sqrt{3}} + \frac{5}{2\sqrt{3}}\right) - \sqrt{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$ .... **(2p)**

$a = \sqrt{2} - 1 + 2 + \frac{3}{5} + \frac{5}{2} - \sqrt{2} = \frac{41}{10} = 4{,}1$ .... **(2p)**

b) $A = (0; 3\sqrt{2})$ .... **(2p)**

$0 < \frac{41}{10} < 3\sqrt{2} \Rightarrow 0 < 41 < 30\sqrt{2} \Rightarrow 0 < \sqrt{1681} < \sqrt{1800}$ .... **(1p)**

Problema 3.(7 puncte)

a) $A_{\Delta BCT} = A_{ABCD} - A_{\Delta ABT} - A_{\Delta DCT} = 100\ cm^2$ .... **(3p)**

b) $BC = 20\ cm$ .... **(1p)**

Fie $TM \perp BC$, $A_{\Delta BCT} = \frac{TM \cdot BC}{2} \Rightarrow TM = TC = 10cm$($\Delta BCT$ dreptunghic în C)......... **(1p)**

Teorema celor trei perpendiculare=> $d(E, BC) = EM = 20cm$ .... **(2p)**

Problema 4.(7 puncte)

a)$A'BCD'$ paralelogram $\Rightarrow A'B \parallel CD' \Rightarrow \sphericalangle(BC', CD') = \sphericalangle(BC', A'B) = \sphericalangle(A'BC')$...... **(2p)**

$A'B = BC' = 4\ cm,\ BO' = \sqrt{14}\ cm,\ \{O'\} = A'C' \cap B'D'$ .... **(1p)**

$A_{\Delta A'BC'} = \frac{BO' \cdot A'C'}{2} = 2\sqrt{7}$ și $A_{\Delta A'BC'} = \frac{A'B \cdot BC' \cdot \sin(A'BC')}{2} \Rightarrow \sin(A'BC') = \frac{\sqrt{7}}{4}$ .... **(2p)**

b) $D'OBO'$ paralelogram $\Rightarrow D'O \parallel O'B, O'B \subset (A'BC') \Rightarrow D'O \parallel (A'BC')$ .... **(2p)**